Le but de cours sera de présenter une ensemble de résultats de plongement isométrique ou quasi-isométrique des espaces métriques finis ou des graphes dans un espace hôte classique : arbre, cube, espace Euclidien, espace L_1 ou L_∞. Souvent ces plongements sont efficaces (de point de vue de la complexité) et sont utiles pour la résolution algorithmique de plusieurs questions. Aussi on considèrera quelques classes importantes des espaces métriques (les espaces Gromov hyperboliques, les espaces L_1, etc) et quelques constructions comme l'enveloppe injective d'un espace métrique, et on étudiera leurs caractérisations et leur propriétés.

Plan prévisionnel du cours :

1. Classes de bases d'espaces métriques (métrique d'arbres, métrique de graphes, métriques de type L_p, métrique de Hamming), plongement isométrique et plongement quasi-isométrique (avec distortion).
2. Plongements isométriques des graphes dans un hypercube, théorème de Djokovic. Plongement canonique dans un produit des graphes, théorème de Graham-Winkler.
3. Caractérisation et reconnaissance des métriques d'arbre. Approximation d'une distance par une distance de droite ou une distance d'arbre (algorithmes d'approximation).
4. Plongement isométrique dans L_2, L_∞, et L_1. Plongement quasi-isométrique en L_1 ; théorème de Bourgain. Applications algorithmiques. Réduction de dimension ; lemme de Johnson-Lindenstrauss en L_2 et résultat d'impossibilité en L_1.
5. Hyperbolicité de Gromov : caractérisations, propriétés, algorithmes.
6. Enveloppe injective d'un espace métrique, caractérisations et constructions. Applications.
7. Spanners de graphes. Graphes L_1.